Efectos del proyecto de ley Sala Cuna universal sobre el mercado laboral

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGISTER EN ECONOMIA

Diciembre 2023

Sebastián González Fernández

PROFESOR GUIA: Francisco Parro

PROFESORES CORRECTORES: Marcos Gómez, María Nieves Valdés

ACCREDITATIONS

MEMBER OF

Efectos del proyecto de ley Sala Cuna universal sobre el mercado laboral

Universidad Adolfo Ibañez, Magíster en Economía

Sebastián González Fernández

Francisco Parro (Profesor Guía)

Diciembre 2023

Resumen

Esta tesis estudia de manera descriptiva como la actual ley de Sala Cuna para Chile afecta negativamente el mercado laboral y como el proyecto de ley de Sala Cuna universal podría mitigar este impacto. El modelo utilizado es de equilibrio general con una distribución de tamaño endógeno de empresas determinado por las habilidades administrativas de los agentes. El enfoque que tiene este modelo, está centrado en la dinámica de la decisión ocupacional que tienen las personas en la economía, los cuales deben definir si deciden ejercer como trabajadores o administradores de una empresa. El análisis realizado concluye que los subsidios que se proponen para financiar las Salas Cuna de manera universal, logran disminuir los efectos negativos sobre la producción y el desempleo femenino que produce la ley actual y además, elimina la barrera de contratación que establece la regulación vigente, fomentando así, la creación de empresas de mayor tamaño con una mayor producción agregada que para el escenario actual.

1. Introducción

El 8 de agosto de 2018 se creó el proyecto de ley llamado "Sala cuna universal" con el fin de modificar el artículo 203 del código del trabajo, en donde se estipula que el derecho a sala cuna es exigible sólo en aquellas empresas que tengan 20 o más trabajadoras contratadas. Se entiende que los empleadores cumplen con esta obligación si pagan los gastos de sala cuna directamente al establecimiento al que deciden llevar las trabajadoras a sus hijos o si tienen una sala anexa en sus inmediaciones que preste los servicios necesarios para los hijos menores de 2 años (Código del Trabajo, 1994).

El proyecto de ley tiene como objetivo principal eliminar el requisito de un número mínimo de personas para obligar a las empresas a entregar este servicio, y mediante subvenciones a estas, otorgar el derecho universal de sala cuna, para así incentivar a la contratación y participación femenina dentro del mercado laboral (Senado de la República, 2018). Cabe destacar que nuestro país está por debajo del promedio de la OCDE en esta materia, en donde existe una relación positiva entre participación laboral femenina y cobertura de sala cuna, sobre todo en países desarrollados (Abud y Feliú, 2023).

El grupo que se vería beneficiado por este proyecto de ley serían empleados del sector privado, incluyendo a empresas públicas creadas por ley y las sociedades anónimas en las que el estado tenga participación. Además se agrega un grupo beneficiario que serían las trabajadoras independientes y de casa particular siempre y cuando estos cumplan con ciertos requisitos, estos podrían acceder al beneficio con los mismos montos y periodicidades del subsidio que lo harán las microempresas.

Según las estimaciones realizadas por el estado, la participación laboral de las mujeres aumentaría en 3 puntos porcentuales, considerando el ingreso de al menos 200.000 de las más de 1.4 millones que se encuentran en inactividad por razones de cuidado. Además se incorporarían alrededor de 124.000 madres que son trabajadoras dependientes, independientes y de casa particular o trabajador que por mandato judicial tenga el cuidado del niño/a. (Gobierno de Chile, 2023)

El subsidio propuesto es decreciente en tamaño de la empresa en cuanto a dinero y periodicidad del pago, comenzando por las microempresas con un aporte mensual del 100 %, un límite de aporte mensual de 5.79 UF y una periodicidad de pago mensual, para las pequeñas empresas solo varía la periodicidad de pago con respecto a la anterior pasando a ser bimestral, las medianas empresas tendrán un aporte mensual de 70 % con un tope de aporte mensual de 4.05 UF y un pago trimestral, por último, las grandes empresas serán subsidiadas en un 50 % del aporte mensual con un límite de 2.89 UF y una periodicidad de pago semestral. (Senado de la República, 2018)

El Fondo de Sala Cuna será el encargado de entregar estos aportes a las empresas y además administrar el dinero que provendrá de 2 canales, por un lado habrá un financiamiento inicial por parte del estado, pero a partir del segundo año, este será financiado a través de una cotización del 0.1 % de las remuneraciones imponibles del sector privado y de las empresas públicas y sociedades anónimas en las que el estado tenga participación. Esta cotización no tendrá discriminación por género.

Por último, este proyecto de ley presenta la idea de crear un registro nacional de cuidadores, administrado por el ministerio de Desarrollo Social y Familia, el cual se encargará de capacitar e instruir a las personas que quieran ejercer cuidado independiente de niños/as y quieran gozar del subsidio. Esta nueva entidad tiene como fin el que eventualmente se llegue a un sistema mixto entre un sistema institucional de sala cuna con uno que permita el cuidado domiciliario, vecinal y comunal y que ambos puedan ser reconocidos legítimamente por el estado.

Si bien como se describe, el proyecto de ley busca mejorar las condiciones que propicia la ley vigente para las trabajadoras que necesiten utilizar el servicio de sala cuna, ha existido rechazo a la forma en que este propone las mejoras. Por mencionar algunos puntos en contra, en primer lugar se destaca que el subsidio propuesto no logra financiar en su totalidad el costo promedio de una sala cuna en Chile para el año 2022, siendo el tope de financiamiento de 5.79 UTM ($ 334.000[1]) y el costo promedio de sala cuna de $392.954. (Bosch, Riumalló, y Morgado, 2022) [2].

Además existen entidades que están en contra del proyecto de ley de sala cuna universal, ya que este no considera a las trabajadoras informales de la economía, ni a las que trabajan por debajo de

[1]Considerando el valor promedio de la UTM para 2022

[2]Este valor fue obtenido de la encuesta hecha por Edenred para el 2022 ($392.954)

30 horas, las cuales solo gozarían de dos tercios del beneficio estatal. (Freixas, 2019)

Esta tesis tiene como objetivo analizar de manera descriptiva el efecto que tiene sobre las empresas y la economía en general, que los empleadores deban cubrir los gastos de sala cuna para sus trabajadoras. Para llevar a cabo este objetivo es que se utiliza un modelo de equilibrio general con una distribución endógena del tamaño de las unidades de producción (empresas). Al ser de carácter descriptivo el análisis, se utiliza el modelo anterior, pero describe el equilibrio parcial al que se llega con las distorsiones, centrándose en las fluctuaciones del mercado laboral

Se presentan 3 modelos: base, bajo la ley actual y considerando el proyecto de ley. El fin es analizar cómo estos dos últimos generan distorsiones en la economía y además qué efectos se tendrán al pasar desde la ley actual hacia la implementación de las condiciones que plantea el proyecto de ley.

La relevancia que tiene esta tesis, es describir los efectos a nivel macroeconómico que tendría la aprobación del proyecto de ley sobre el mercado laboral y las empresas de la economía. Además, crea una hoja de ruta para futuros análisis cuantitativos, que busquen medir la magnitud de los efectos positivos que se obtendrían a nivel de producción agregada.

2. Revisión de literatura

La literatura que busca documentar la importancia o el impacto que puede tener la sala cuna dentro de la economía trata de abarcar diferentes aristas de cómo esta puede afectar a las decisiones de las familias y las empresas frente a la necesidad de cuidado que tienen los niños en una temprana edad.

En primer lugar, en este apartado nos centraremos en el efecto que tienen las sala cunas o *childcare* (por su traducción al inglés) sobre la empleabilidad de las mujeres en la economía. Dentro de los países de la OCDE la literatura encuentra que ante la existencia de una oferta de servicios de cuidados de menores amplia, que parezca de calidad y que sea costeable para los padres, las mujeres tienen una mayor probabilidad de estar empleadas, mantenerse empleadas y poseer trabajos de mayor calidad dentro de la economía. (Hegewisch y Gornick, 2011) (Morrissey, 2017) (Berthelon, Kruger, Lauer, Tiberti, y Zamora, 2020)

Este proyecto de ley no solo se centra en la mayor oportunidad de empleabilidad que puede entregar a las cuidadoras de niños de este país, si no que también vela por el cuidado de los niños/as que requieren de una educación temprana ofrecida por personas instruidas y/o profesionales en el área. Este punto presenta una gran externalidad positiva que trae consigo el proyecto para la sociedad en general, entregando mayores herramientas a los niños/as en su desarrollo temprano dentro del sistema de educación. La evidencia entregada para nuestro país con respecto a esto último, utilizando los valores obtenidos por la Encuesta Longitudinal de la Primera Infancia y comparando a los resultados obtenidos por la cohorte de 2020 con los de ediciones anteriores, demuestra que a falta de educación por parte de una persona instruida/profesional, los niños/as evidencian retrasos de aprendizaje en áreas como lenguaje, socioemocional y funciones ejecutivas. (Abufhele, Bravo, Bóo, y Soto-Ramirez, 2022)

En cuanto a la ley vigente sobre sala cuna, autores como Rojas et al. (2016) utilizando los datos entregados por el seguro de cesantía para octubre de 2010, encuentran que el costo de el financiamiento de las salas cunas para empresas con más de 20 trabajadoras es traspasado en un 100 % a los salarios de todos los trabajadores de la empresa (hombres, mujeres en edad fértil y no fértil), siendo las más afectadas las mujeres en edad fértil, entregando también de que al no tener que absorber este costo, no existe un incentivo por parte de la empresa a contratar por debajo del requisito mínimo de mujeres. (Rojas, Sánchez, y Villena, 2016)

A esta misma conclusión llegan Prada et al. (2015) encontrando que el traspaso es realizado hacia los trabajadores, pero dado que incluyen las dinámicas de contratación y despidos de las empresas, logran identificar un mayor efecto sobre los salarios de mujeres contratadas en empresas que sobrepasan el límite impuesto por la ley y siendo este de mayor magnitud que en Rojas et al. (2016) y creciente en relación al tamaño de la empresa. Los autores además destacan que dada la baja fiscalización realizada a empresas pequeñas este efecto negativo sobre los salarios de las mujeres podría ser aún mayor cuando no se provee del servicio. (Prada, Rucci, y Urzúa, 2015)

Siendo un poco más específicos los autores Escobar et al. (2020), mediante un modelo de equilibrio general con heterogeneidad de hogares, habilidades y niveles de educación, logran identificar que el grupo de mujeres en edad fértil y con menores niveles de estudios formales, son las que se llevan el mayor gasto por el costo del servicio de sala cuna proporcional al salario que ganan. Además, al analizar el proyecto de ley de sala cuna universal financiada a través de impuestos generalizados, los autores encuentran el mayor aumento de bienestar para el grupo de mujeres en edad fértil con el menor perjuicio para el resto de grupos que no harían uso del servicio de salas cuna. (Escobar, Lafortune, Rubini, y Tessada, 2020)

En esta revisión de literatura se puede identificar, que si bien existen varias investigaciones a nivel micro sobre los efectos de Sala cuna (Abufhele y cols., 2022)(Berthelon y cols., 2020) (Rojas y cols., 2016), la documentación sobre los efectos macro de una política de Sala Cuna universal esta aún al debe -exceptuando a la investigación de Escobar et al. (2020) -, es por esto que esta tesis busca crear una hoja de ruta con conclusiones iniciales sobre los efectos que causarían la implementación de este proyecto de ley a de la economía en general.

3. Modelo

Para analizar los posibles efectos que puede tener esta política de sala cuna universal, se utilizará como referencia el modelo propuesto por González y Parro (2023). El modelo que se va a proponer a continuación, consiste en un modelo de equilibrio general con una distribución de tamaño de empresa heterogéneas que dependen de las habilidades administrativas de los agentes. El modelo se centra en las decisiones ocupacionales que toman los agentes según sus habilidades y como el género de estos (hombre o mujer) afecta en esta decisión por el lado de la demanda de trabajo. (González y Parro, 2023)

3.1. Preferencias

En este modelo existen dos tipos de agentes: mujeres (m) y hombres (h), los cuales pueden tomar la decisión de emprender o trabajar para otro agente en su empresa según sus habilidades administrativas, factor que será explicado más adelante en este apartado.

Las preferencias de estos agentes en términos de consumo son capturadas por un único hogar representativo el cual vive por periodos t ilimitados, el tamaño de este viene representado por la cantidad de miembros L_t que tiene. La tasa de crecimiento de estos miembros viene dada por la constante x_L. Dado que existen dos tipos de agentes, se especifica la proporción de estos dentro del hogar con el factor τ_i para $i \in \{f, m\}$.

Las preferencias del hogar representativo son afectadas directamente por el consumo intertemporal que este tiene, por lo que se plantea una función de utilidad separable con acumulación de tiempo que considera secuencias de consumo per capita c_t. El hogar entonces lo que busca es maximizar su utilidad a través del flujo de consumo per capita de manera intertemporal, lo que se traduce en:

$$U(\{c_0, ..., c_\infty\}) = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t L_t \, lnc_t \tag{1}$$

en donde $\beta \in (0, 1))$ describe el factor de descuento para el consumo futuro, el cual mientras más lejano sea, menos utilidad le entrega al hogar representativo.

3.2. Dotaciones

Las dotaciones iniciales de este modelo se separan en dos niveles, en primer lugar, para el hogar representativo se determina que comienza con una cantidad positiva de capital en el periodo inicial, lo que se traduce en $K_0 > 0$ para $t = 0$. En segundo lugar, a nivel de los agentes, estos son dotados de dos insumos, por un lado cada uno posee una cantidad de habilidades administrativas s desde el periodo inicial. Estas habilidades administrativas son distribuidas de igual manera para hombres y mujeres y determina sus capacidades para dirigir una empresa dentro del modelo. La función que describe esta distribución se define como $g(s)$ con c.d.f $G(s)$ y soportada en sus valores máximos y mínimos $S = [s^l, s^h]$. Por otro lado, cada agente posee una unidad de tiempo que ofrece de manera inelástica al mercado de trabajo (no existe el desempleo en este modelo), y esta unidad de tiempo puede ser utilizada tanto para cumplir el rol de administrador como el de trabajador de producción de una empresa.

3.3. Tecnología de producción

Para llevar a cabo la producción del bien que se consume en esta economía, todas las empresas necesitan utilizar los mismos insumos en el proceso productivo: capital (k), trabajo ofrecido tanto por hombres y mujeres (n^m, n^h) y las habilidades administrativas s con las que hayan sido dotados estos. La combinación de estos tres insumos va entregando las distintas etapas del proceso productivo que son detalladas a continuación:

En primer lugar tenemos el trabajo, dado que existen dos tipos de agentes, se propone una función que mezcla la demanda por ambos géneros a través de una función CES con una elasticidad de sustitución σ llegando a lo siguiente:

$$n_i = \left((n_i^m)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (n_i^h)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}) \right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \tag{2}$$

describimos entonces n_i^j como la cantidad de trabajo tipo-j con $j \in;\ \{m, h\}$ que contrata un administrador tipo-i.

Al ya tener la demanda por trabajo, la combinamos con el segundo insumo que es el capital k para obtener el producto q, esto lo realizamos mediante un agregador de tipo Coub-Douglass y obtenemos:

$$q_i = k_i^{\alpha} n_i^{1-\alpha}, \tag{3}$$

con $\alpha \in (0, 1)$ que describe la proporción de cada insumo que se utiliza en el proceso productivo.

Por último, debemos considerar las habilidades administrativas que posee cada agente y como estas afectan finalmente a la producción del bien transable en esta economía. Para esto entonces combinamos s con la función que describe la producción de q y obtenemos:

$$y_i(s) = As^{1-\zeta} q_i^{\zeta}, \tag{4}$$

Donde y_i es la producción del bien que alcanza cada empresa, considerando un factor exógeno de crecimiento de productividad descrito por A, el cual es idéntico para todas las unidades productivas de esta economía y tiene una tasa de crecimiento constante descrita por x_A. Por otro lado, tenemos también el parámetro $\zeta \in (0, 1)$, el cual describe los retornos a escala según la proporción de los insumos utilizados para la producción.

3.4. El problema del administrador tipo-s

En el caso de que los agentes elijan ejercer como administradores, su objetivo entonces será el maximizar los beneficios que puedan obtener, esto sujeto a las habilidades administrativas s que tengan y los precios de los insumos con los que se este transando en el mercado (tanto de capital como de mano de obra). De esta manera se plantea entonces el problema de maximización para el administrador como:

$$\underset{n_i^m, n_i^h, k_i}{max} [y_i(s) - w^m n_i^m - w^h n_i^h - Rk_i], \tag{5}$$

De la fórmula anterior sólo faltaría definir w^m y w^h que en este caso describen los salarios de mujeres y hombres respectivamente y además R se utiliza de aquí en adelante como el precio de arriendo del capital.

Las condiciones de primer orden del problema de maximización son las siguientes [3]:

[3]El detalle de como fueron derivadas las CPO se encuentra en el Apéndice A

$$[n_i^m] : \zeta(1-\alpha)\left(\frac{y_i(s)}{n_i(s)}\right)\left(\frac{n_i(s)}{n_i^m(s)}\right)^{\frac{1}{\sigma}} = w^m \tag{6}$$

$$[n_i^h] : \zeta(1-\alpha)\left(\frac{y_i(s)}{n_i(s)}\right)\left(\frac{n_i(s)}{n_i^h(s)}\right)^{\frac{1}{\sigma}} = w^h \tag{7}$$

$$[k_i] : \zeta\alpha\frac{y_i(s)}{k_i(s)} = R \tag{8}$$

Si utilizamos desde la ecuación (2) hasta la (8) podemos obtener las demandas relativas por insumos para un administrador tipo-i con habilidades s[4].

3.5. Decisiones ocupacionales

Como se ha descrito en las secciones anteriores, los agentes deben ofrecer obligatoriamente su unidad de trabajo al mercado laboral en cada periodo, pero pueden decidir en qué puesto de trabajo lo hacen. Esta decisión viene dada por un incentivo que los lleva a elegir, y en este caso es influida sólo por la remuneración que pueden obtener por este trabajo.

Existen entonces 2 posibles remuneraciones, para los agentes que decidan trabajar en la producción, su remuneración será de w^i con $i \in \{m, h\}$ y para los agentes que decidan ejercer como administradores, su salario estará ligado a las utilidades que logre obtener la empresa según los precios de los insumos y sus propias habilidades administrativas -que como se demostró anteriormente tienen una incidencia no menor en el proceso productivo (4)- y se define como $\pi(s; I)$, siendo $I = \{R, w^m, w^h\}$ la expresión que agrupa el precio de los insumos para los administradores.

Con las definiciones anteriores llegamos entonces a plantear que la decisión óptima de los agentes se describe como $D_i(s; I)$ y esta puede tomar dos valores distintos $D_i(s; I) = 0$ cuando los agentes deciden ofrecer su unidad de trabajo para producción y $D_i(s; I) = 1$ cuando estos deciden convertirse en administradores de una empresa.

Para que existan agentes que decidan trabajar como administradores se debe cumplir que la

[4]Para más detalle del desarrollo consultar el Apéndice B

remuneración que pueden obtener en este cargo debe ser mayor al salario por el que ejercerían como trabajador de producción, de esta manera cada agente tomará su decisión óptima según sus habilidades y precios de los insumos. La condición anterior se puede plantear entonces como:

$$D_i(s;I) = \begin{cases} 1\, si\, \pi_i(s;I) > w^i \\ 0\, si\, \pi_i(s;I) \leq w^i, \end{cases} \tag{9}$$

En equilibrio, las ganancias g_i que puede obtener un agente tipo-i se definirían como:

$$g_i(s;I) = D_i(s;I)\pi_i(s;I) + (1 - D_i(s;I))w^i \tag{10}$$

Ahora si definimos los ingresos per capita v_i para los agentes tipo-i como un continuo que depende de loas definiciones anteriores obtenemos:

$$v_i(I) = \int_{s \in S} g_i(s;I)g(s)ds \tag{11}$$

3.6. Problema del hogar representativo

Utilizando todos los elementos descritos anteriormente, llegamos a la descripción que enfrenta el hogar representativo en esta economía. El objetivo principal de este es elegir una secuencia de consumo intertemporal teniendo en cuenta diferentes factores: (i) deben considerar cuánto capital será el que acarrearán a periodos futuros y cuanto se utilizará en el periodo actual, (ii) considerar los precios de los insumos para tomar una decisión ocupacional en base a los incentivos para trabajar como administrador:

$$
\begin{aligned}
\max_{\{c_t,K_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}} & \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t L_t ln c_t \\
s.a\, C_t + K_{t+1} = & \sum_{i\in\{m,h\}} L_{i,t} v_{i,t}(I_t) + R_t K_t + (1-\delta)K_t, \\
& K_0 > 0, L_0 > 0,
\end{aligned}
\tag{12}
$$

Para llegar a la expresión del consumo agregado C_t que planteamos en el problema del hogar representativo, se debe considerar el consumo per capita de cada agente y la cantidad de estos que están en el hogar por tanto el consumo queda definido como: $C_t = L_t c_t$. Por último, el capital que se decide acarrear al siguiente periodo sufre una depreciación de tipo δ de manera linear en el tiempo.

Al obtener las condiciones de primer orden para el problema de maximización del hogar representativo, llegamos a la ecuación de Euler que describe el consumo intertemporal del hogar sujeto al precio del capital, depreciación y el factor de descuento intertemporal [5]:

$$
\frac{c_{t+1}}{c_t} = \beta[R_{t+1} + (1-\delta)] \tag{13}
$$

3.7. Vaciado de mercados

Para este modelo de economía se han planteado 3 mercados, los cuales para que exista un equilibrio deben ser vaciados, todos bajo el mismo principio que la demanda debe ser igual a la oferta dentro del sistema, siempre teniendo en cuenta los precios de los insumos contenidos en I y las habilidades administrativas de los agentes con una cierta dotación de s.

En primer lugar esta el mercado del trabajo, en donde la oferta viene dada por los agentes que deciden ejercer como trabajadores productivos y la demanda por la sumatoria de los requerimientos que tengan las empresas dirigidas por agentes que deciden administrar. Para que se cumpla el vaciado de este mercado la oferta y la demanda deben igualarse y se expresa como:

[5] La derivación de esta condición se encuentra de forma detallada en el Apéndice C

$$L_t\tau_j \int_{s\in S} (1 - D_{j,t}(s; I_t))g(s)ds = L_t \sum_{i\in\{f,m\}} \tau_i \int_{s\in S} n^j_{i,t}(s; I_t)D_{i,t}(s; I_t)g(s)ds, \tag{14}$$

con $j \in \{m, h\}$.

Se define τ_j como la proporción de hombres y mujeres dentro del hogar representativo, por tanto, para esta y las siguientes condiciones de equilibrio en la economía, se puede hacer una diferenciación con respecto a si la demanda u oferta es realizada por hombres o mujeres.

Ahora para el mercado de capitales, por un lado se tiene la oferta que es la cantidad de capital que decide acarrear al siguiente periodo el hogar representativo y por el lado de la demanda están de nuevo el conjunto de agentes que deciden administrar unidades productivas que deciden la cantidad de capital a demandar para su producción:

$$K_t(I_t) = L_t \sum_{i\in\{m,h\}} \tau_i \int_{s\in S} k_{i,t}(s; I_t)D_{i,t}(s; I_t)g(s)ds. \tag{15}$$

Por último, el bien que se produce en esta economía es el último aspecto que tiene una demanda asociada y por tanto, representa el tercer mercado que debe estar en equilibrio. En este caso la oferta es representada a partir de los ingresos agregados de los agentes que producen el bien único de la economía y la demanda es el consumo agregado (descrito anteriormente) sumado con la inversión que hacen los hogares en capital para el siguiente periodo, considerando el actual y la depreciación que lo afecta.

$$L_t \sum_{i\in\{m,h\}} \tau_i \int_{s\in S} y_{i,t}(s; I_t)D_{i,t}(s; I_t)g(s)ds = C_t(I_t) + K_{t+1}(I_t) - (1 - \delta)K_t(I_t). \tag{16}$$

3.8. Equilibrio del modelo

Considerando todas las ecuaciones anteriores que describen los equilibrios en los mercados respectivos, el equilibrio general del modelo viene dado por un set de asignaciones que logran igualar la oferta con la demanda a través de todos estos mercados, logrando así que se vacíen todos los mercados, así como también el hogar representativo pueda resolver su problema (12) utilizando los precios de los insumos como dados. El set de asignaciones que logra estas condiciones debe estar compuesto por $\{c_t, K_{t+1}, \{D_{i,t}(s)\}_{\{s\in S, i\in m,h\}}\}_{t=0}^{\infty}$ y con respecto al hogar representativo, se debe tener $\{w_t^m, w_t^h, R_t\}_{t=0}^{\infty}$ como dados.

Dado el carácter descriptivo de esta tesis, no se llega a obtener evidencia numérica de que el equilibrio general se logra bajo las condiciones descritas anteriormente, por ende se asume que existe un equilibrio y que la solución es única. Como se explicó anteriormente el análisis cualitativo estaría basado en una descripción de los equilibrios parciales en cada mercado y como estos vuelven a un punto óptimo entre la oferta y la demanda después de ser distorsionados por la ley vigente y el proyecto de ley.

4. Modelo alternativo

Una vez hemos presentado el modelo *benchmark* para esta economía, en esta sección mostraremos los dos escenarios que entregarán un análisis más detallado de las decisiones de las empresas en cuanto a la contratación de mano de obra femenina. En específico, se analizará la ley vigente sobre la cobertura de sala cuna y las modificaciones presentes en el proyecto de ley detallado anteriormente. El fin de esta sección es mostrar en cuál de los dos escenarios se obtienen mejores resultados para las mujeres, empresas y la economía en su conjunto.

4.1. Modelo bajo la legislación vigente

En este modelo se considera el Artículo 203 del Código del Trabajo (Código del Trabajo, 1994), el cual define la obligación y condiciones que se tienen que cumplir para que las empresas deban financiar la sala cuna para sus trabajadoras. Según esta ley, sólo las empresas que emplean a 20 o más trabajadoras (de cualquier edad o estado civil), están en la obligación de financiar algún tipo de servicio que se considere como sala cuna. La ley deja como opciones (i) el tener salas anexas o independientes del local de trabajo, en donde las mujeres puedan dar alimento a sus hijos menores de 2 años y donde puedan dejarlos mientras ejercen sus funciones dentro de la empresa. (ii) Por otra parte, si la empresa cubre los gastos asociados a un establecimiento que ofrezca el servicio de sala cuna de manera externa, también se considera como cumplida la obligación.

En base a este escenario, se debe incluir este costo para la empresa asociado a cubrir los gastos de sala cuna en caso de tener la cantidad determinada por la ley. Por tanto, se define $n^m = 20$ como $\overline{n^m}$. Esta nueva definición entra en el problema de maximización del administrador tipo-s (30):

$$\max_{k_i, n_i^m, n_i^h} [y_i(s) - w^m n_i^m - w^h n_i^h - Rk_i - w^m n_i^m c^m], \tag{17}$$

En donde se define c^m como el costo de demandar mano de obra femenina por sobre $\overline{n^m}$ y tener que incurrir en el gasto de financiar la sala cuna para todas las trabajadoras de la empresa (considerando a las ya existentes y a las nuevas contrataciones). Esto se expresa de la siguiente manera:

$$c^m = \begin{cases} c^m = 0 & si\, n^m < 20 \\ c^m = 0{,}62 & si\, n^m \geq 20 \end{cases} \tag{18}$$

El valor de 0.62 es obtenido calculando cuanto es lo que gasta una mujer con una salario promedio, para financiar una sala cuna promedio para 2022 en nuestro país. Según la encuesta realizada por Edenred para el año 2022 (Alonso, 2022) el valor promedio de una sala cuna en Chile es de \$392.954 y el salario promedio para una mujer para ese mismo año, según los datos publicados por el INE en su encuesta sumplementaria de ingresos (ESI) es de \$633.334 (Instituto Nacional de Estadísticas, 2022). Por tanto, una mujer promedio tendría que gastar un 62 % de su salario para financiar el servicio de sala cuna para su hija/o y este sería el costo que debería gastar cada empresa por mujer a la que le debe reembolsar este gasto.

Para esta variación del modelo original las Condiciones de primer orden son idénticas a las encontradas para el modelo original (6, 8 y 7) para cuando la cantidad de mujeres contratadas es menor al límite $\overline{n^m}$, pero cuando se supera esta barrera se obtienen las siguientes condiciones de primer orden:

$$[n_i^m] : \zeta(1-\alpha)\left(\frac{y_i(s)}{n_i(s)}\right)\left(\frac{n_i(s)}{n_i^m(s)}\right)^{\frac{1}{\sigma}}\left(\frac{1}{1+c^m}\right) = w^m \tag{19}$$

$$[n_i^h] : \zeta(1-\alpha)\left(\frac{y_i(s)}{n_i(s)}\right)\left(\frac{n_i(s)}{n_i^h(s)}\right)^{\frac{1}{\sigma}} = w^h \tag{20}$$

$$[k_i] : \zeta\alpha\frac{y_i(s)}{k_i(s)} = R \tag{21}$$

Utilizando las ecuaciones (2), (3) y (4) en conjunto con las CPO recién derivadas, podemos obtener las demandas por insumos de un administrador-i tipo-s [6]

4.2. Modelo bajo el proyecto de ley

Tal como se describió anteriormente este proyecto de ley considera un sistema de subsidios basados en la cantidad de mujeres contratadas según el tamaño de la empresa. En primer lugar entonces se definen los diferentes tipos de empresas según tamaño como:

$$n^m + n^h = \begin{cases} 1 < x < 9 & E_{Mi} \\ 10 < x < 49 & E_{Pe} \\ 50 < x < 199 & E_{Me} \\ x > 200 & E_{Gr} \end{cases} \tag{22}$$

Con $n^m > 1$ para que todas las empresas sean consideradas dentro de la clasificación.

Esta definición según el tamaño de las empresas viene dado por el Ministerio de Economía, Fomento y Turismo (Ministerio de Economía, 2020) y separa a las empresas por los tamaños especificados anteriormente y que se describen como: Microempresa (Mi), Empresa Pequeña (Pe),

[6] El detalle de esta derivación se encuentra en el Apéndice B

Empresa mediana (Me) y Gran Empresa (Gr). Cabe destacar que esta legislación lo que busca al final es eliminar la cantidad mínima de mujeres que deben ser contratadas en una empresa para comenzar a cubrir los costos asociados al servicio de Sala cuna y además ayudando a la cobertura de ese costo mediante el subsidio.

A partir de esta definición es que el proyecto de ley crea una estructura de subsidios según el tamaño de empresa [7] y que afectaría directamente al costo marginal por unidad de trabajo femenino demandado dentro del modelo, definiéndose de la siguiente manera:

$$n^m c^m (1-\phi_i) = \begin{cases} \phi_1 \, para \quad E_{Mi} \\ \phi_1 \, para \quad E_{Pe} \\ \phi_2 \, para \quad E_{Me} \\ \phi_3 \, para \quad E_{Gr} \end{cases} \tag{23}$$

Con $\phi_1 = 1$, $\phi_2 = 0{,}7$ y $\phi_3 = 0{,}5$, según los porcentajes de subsidios de 100 %, 70 % y 50 % entregados respectivamente por el gobierno hacia las empresas.

Utilizando estas definiciones replanteamos el problema de maximización del administrador tipo-s y obtenemos:

$$\max_{k_i, n_i^m, n_i^h} [y_i(s) - w^m n_i^m - w^h n_i^h - Rk_i - w^m n_i^m c^m (1-\phi_j)], \tag{24}$$

Con $j \in \{1,2,3\}$.

Derivamos las condiciones de primer orden para este problema de maximización y obtenemos:

[7] Estructura especificada en el apartado de introducción.

$$[n_i^m] : \zeta(1-\alpha)\left(\frac{y_i(s)}{n_i(s)}\right)\left(\frac{n_i(s)}{n_i^m(s)}\right)^{\frac{1}{\sigma}}\left(\frac{1}{1+c^m(1-\phi_i)}\right) = w^m \tag{25}$$

$$[n_i^h] : \zeta(1-\alpha)\left(\frac{y_i(s)}{n_i(s)}\right)\left(\frac{n_i(s)}{n_i^h(s)}\right)^{\frac{1}{\sigma}} = w^h \tag{26}$$

$$[k_i] : \zeta\alpha\frac{y_i(s)}{k_i(s)} = R \tag{27}$$

Utilizando las ecuaciones (2), (3) y (4) en conjunto con las CPO recién derivadas, podemos obtener las demandas por insumos de un administrador-i tipo-s [8]

Como se puede ver para los dos casos de modelos alternativos, el costo de cubrir el servicio de sala cuna no afecta a la demanda por trabajo de los hombres de esta economía, esto porque tanto la ley actual como el proyecto de ley le asocia el cuidado de los niños a los hombres y por ende, solo deben incurrir en el gasto de proporcionar sala cuna las empresas que empleen a la madre del menor de edad.

5. Análisis descriptivo

Utilizando los modelos derivados en el apartado anterior, en esta sección se realizará un análisis descriptivo con el fin de relatar los efectos que tiene la ley actual y el proyecto de ley sobre el mercado laboral.

5.1. Ley vigente

Tal como se describió anteriormente, la ley actual dispone que las empresas deben contar con un mínimo de 20 mujeres contratadas para verse obligadas a entregar el servicio de sala cuna de manera interna o externalizándolo a la empresa.

[8] El detalle de esta derivación se encuentra en el Apéndice B

El límite que plantea la ley ($\overline{n^m}$) genera que existan dos tipos de empresas: (I) las que están por sobre ese número de contrataciones femeninas y deben pagar por la sala cuna de sus empleadas y (II) las que tienen menos de 20 trabajadoras y no les es obligatorio pagar la sala cuna.

Analizando el equilibrio parcial de esta economía para las empresas tipo I, podemos ver que de manera directa se ven a afectados los beneficios de las empresas de forma negativa, ya que ahora cada unidad de trabajo femenino es más caro, por esta misma razón, es que la demanda por trabajadoras cae, lo que también se puede plantear como un aumento de oferta de mano de obra femenina impulsando una baja en los salarios femeninos por debajo del valor inicial.

Utilizando las ecuaciones (2)(3)(4), tomamos primero el caso de las empresas que se encuentran por sobre $\overline{n^m}$ -las cuales si en una primera instancia no pudiesen reemplazar la mano de obra femenina por masculina- disminuirían su demanda por trabajadoras mujeres hasta que se de una condición de igualdad entre los beneficios marginales de contratar una unidad de mano de obra femenina extra ($\pi(mg)_{n^m}$) con el salario a remunerar, considerando el costo de subvencionar la sala cuna, es decir:

$$\pi(mg)_{n^m} = w^m(1 + c^m) \tag{28}$$

Aun así existirían empresas que se mantendrían por sobre $\overline{n^m}$, ya que su variación negativa en los beneficios al dejar ir una trabajadora es relativamente menor que la de las empresas más pequeñas, dado que al ser su administrador/a de un *skill* mayor, son más eficientes (estas administradoras logran obtener una mayor cantidad de producto y por tanto, de beneficios utilizando los mismos salarios y cantidad de mano de obra que las administradoras con menor s) De todas maneras si sufrirían una baja en la producción.

Como efecto de segunda vuelta existen dos beneficiarios, por un lado están los hombres de esta economía, los cuales al ser directos competidores en términos de salario con las mujeres ,y como no sufren un aumento en el precio de su trabajo, obtienen un alza en su demanda, impulsando así sus salarios por sobre los iniciales.

Considerando ahora el caso en donde las firmas sí pueden reemplazar mano de obra femenina por masculina, las que se encuentran por sobre el corte $\overline{n^m}$,reemplazarían a sus trabajadoras por hombres hasta que los beneficios marginales de contratar al último hombre se igualen con este nuevo salario de equilibrio, teniendo en consideración que estos beneficios marginales son decrecientes, dado el aumento del salario de los trabajadores.

Por otra parte, los agentes que se benefician de manera indirecta de la ley, son los emprendedores que contratan trabajo femenino por debajo del límite de $\overline{n^m}$, ya que estos obtienen mano de obra más barata y mientras no sobrepasen la condición impuesta por la ley, pueden gozar de una mayor producción y por tanto, de un mayor beneficio en sus empresas, hasta en el caso en que no decidan contratar más mano de obra.

Las empresa que están por debajo del corte se enfrentan a un escenario opuesto a sus competidores que superan $\overline{n^m}$, ya que ante la baja de salario femenino de las trabajadoras, ahora tienen incentivos para contratarlas a ellas por sobre los trabajadores hombres. Considerando ahora la variación positiva de salarios de los trabajadores hombres, esto podría generar que estas empresas comiencen a reemplazar a hombres por mujeres para disminuir sus costos de producción, impulsando así la contratación de trabajadoras en empresas de menor tamaño.

En cuanto a la cantidad de empresas de esta economía, existen más casos posibles según las magnitudes de las variaciones de los salarios y beneficios -determinantes de la decisión de comenzar a emprender o mantenerse como trabajador- , condición que es detallada en la ecuación (9). Todo el análisis que viene a continuación aplica para los managers que estén en la vecindad del corte que crean los salarios para tomar su decisión de empleabilidad.

En primer lugar, para las mujeres que deciden cambiar su decisión ocupacional hay dos posibilidades: (I) En caso de que la variación negativa de w^m sea menor que la variación negativa de los beneficios que sufren las empresas sujetas a la ley, disminuiría el incentivo a emprender, y por tanto, disminuiría la cantidad de empresas administradas por mujeres. (II) Por otro lado, existe la posibilidad, de que los salarios de las trabajadoras tengan una variación mayor que la disminución de los beneficios de las empresas, lo cual se traduce en que es posible obtener más dinero siendo emprendedora con una menor cantidad de *skill* que la que demarcaba el límite inicialmente, y por lo

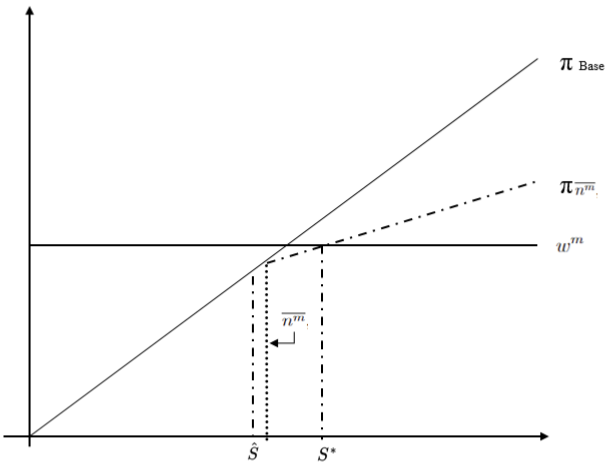

Figura 1

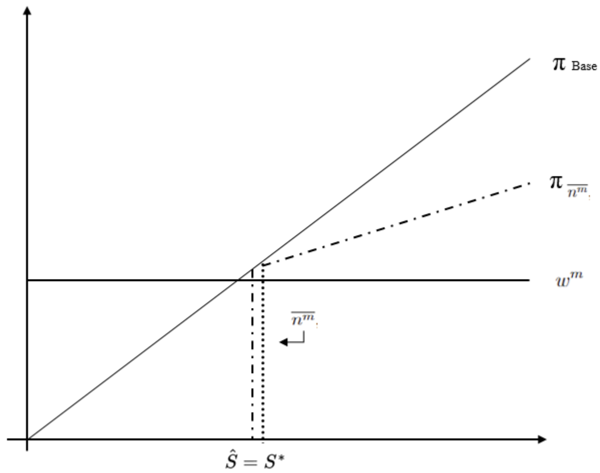

Figura 2

tanto, se crearían más empresas, lideradas por las trabajadoras que anteriormente estaban cercanas al corte de *skill* y no obtenían los beneficios suficientes para comenzar a emprender.

Las figuras 1 y 2 ilustran este último caso como un antes y un después respectivamente, en donde la baja de los salarios le da la posibilidad a las emprendedoras con *skill* $\hat{S}$, por debajo del corte inicial de equilibrio S^*, para que se desempeñen como administradoras, manteniéndose por debajo del límite de $\overline{n^m}$ (La línea punteada con círculos).

Este último caso estaría en línea con lo que se documenta en la literatura, en donde se aplicaron impuestos progresivos según el tamaño de las empresas en Italia, y se obtuvo como consecuencia que la cantidad de emprendedores aumentó, así como también la dispersión en tamaño en la economía, lo que se traduce como que se crearon más empresas pequeñas a partir del beneficio de pertenecer a las que están exentas del impuesto y, gozando además de la baja de salarios, las/los emprendedoras/emprendedores gravitaron hacia establecer sus propios negocios. (Guner, Ventura, y Xu, 2008)

De todas maneras, este aumento en la producción no logra revertir la caída inicial, ya que al considerar la ecuación de producción de bienes (4), el *skill* que tienen estas nuevas emprendedoras es menor que el de las administradoras que están por sobre $\overline{n^m}$, y por tanto, su efecto negativo en el producto agregado es mayor. Este mismo efecto se evidencia en Gunner et al (2008) , en donde si bien se crearon más empresas, el producto agregado disminuyó.

Para los hombres que deciden cambiar su decisión ocupacional también existen dos casos posibles: (III) En caso de que la variación positiva de los salarios sea menor que la disminución de los beneficios obtenidos por las empresas, los incentivos a ser trabajador se mantienen, ya que las ganancias no serían los suficientes como para incentivar el emprendimiento. (IV) En el otro caso, en donde la variación de los salarios de los trabajadores sea mayor que la disminución de los beneficios de las empresas, ocurriría una migración por parte de los emprendedores que estaban con ganancias cercanas al salario inicial, hacia ser trabajadores, para así mejorar sus remuneraciones obteniendo ahora los salarios correspondientes a ser trabajadores.

Por último, existe el caso para las administradoras y administradores que se encuentran en la vecindad por arriba de $\overline{n^m}$, pero no quieren cambiar su decisión ocupacional frente al nuevo costo unitario por trabajadoras. Estos *managers* pueden tomar la decisión de mantenerse a la cabeza de una empresa, pero despedir trabajadoras hasta encontrarse por debajo del límite que plantea la ley vigente, sacrificando así parte de sus beneficios en caso de que pagar el costo por sala cuna para sus colaboradoras sea mayor que esta variación negativa en sus ganancias.

Incluyendo ahora a los trabajadores al escenario anterior, se puede dar también que los administradores/as reemplacen a las trabajadoras despedidas por hombres y así no tengan que disminuir el tamaño de sus empresas, aumentando relativamente sus beneficios, pero no alcanzando el valor inicial, dado el aumento en los salarios de los trabajadores.

Como conclusión la economía se ve negativamente afectada por la ley de sala cunas actual, la cual logra reducir el tamaño de las empresas promedio, disminuir sus beneficios, y desincentivar la demanda por trabajo femenino. Aún así hay un factor que el modelo no considera y son los beneficios a nivel de bienestar social para las trabajadoras que gozan del pago de sala cuna para sus hijas/hijos, las cuales logran ahorrar un 62 % de su sueldo en los gastos que deberían incurrir para el cuidado de sus niñas/niños, y que ahora se traduce en ingreso disponible para gastar en otros tipos de bienes y/o servicios.

5.2. Proyecto de Ley

Para mitigar los daños anteriormente descritos que sufren las empresas y las mujeres en la economía es que se crea el proyecto de ley que considera un sistema de subsidios basado en los tamaños de las empresas, sin requerir un mínimo de mujeres contratadas para verse obligados a pagar por los gastos que ellas necesiten realizar para que sus hijos obtengan el cuidado que necesitan mientras están en el trabajo.

El esquema de subsidios quedó descrito en el apartado anterior de modelos, y específicamente en la ecuación (23), que detalla el porcentaje del subsidio que se guía por el tamaño de las empresas definido por el Ministerio de Economía, Turismo y Fomento de Chile. Con esa definición es que podemos ver , que hay un grupo de empresas a las cuales no les afecta tener que financiar los servicios de sala cuna para sus trabajadoras y otras a las cuales este gasto se les reduce, creando así, un híbrido entre el modelo base y el modelo bajo la ley vigente de sala cuna.

Para comenzar, este proyecto de ley beneficia directamente a las micro y pequeñas empresas, a las primeras porque ahora pueden entregar un beneficio que anteriormente no les era obligado hacia sus colaboradores y además ahora no tienen que incurrir en un gasto extra para realizarlo dado el subsidio del 100 %. A las pequeñas empresas (con un rango de trabajadores entre 10 y 49) este subsidio les permite ahora poder superar ese límite de 19 mujeres contratadas, sin tener que incurrir en un gasto extra, pudiendo así -en un caso hipotético- aumentar en más del doble la cantidad de trabajadoras sin tener que considerar algún gasto extra asociado a la financiación de salas cuna.

Comparando este resultado con el obtenido para la ley vigente, el proyecto de ley lograría disminuir la dispersión de tamaño de empresas causado anteriormente, y si se llegase a obtener una mayor creación de empresas por debajo del límite donde empiezan a disminuir los subsidios, el resultado a nivel de producción agregada sería mejor, ya que los des-incentivos a crecer siguen siendo a nivel de empresas más grandes y por tanto más eficientes.

Para el resto de empresas que pertenece a las categorías de Mediana y Grande (con un rango de empleados entre 50 a 199 y sobre 200 respectivamente), sigue existiendo una disminución en su producción y demanda por trabajo femenino, causando una disminución de los salarios de las trabajadoras en comparación con el modelo base, pero bastante menor a los efectos que causa la ley actual. De hecho estas empresas pasan de pagar un 62 % extra de un salario por trabajadora extra que contraten por sobre el límite a un 0.186 % y 0.31 % respectivamente, disminuyendo así considerablemente los gastos asociados a sala cuna que deben cubrir por ley.

Utilizando el planteamiento para la ley vigente, ahora estas medianas y grandes empresas se enfrentan a otra condición de contratar mujeres por sobre el límite que demarca la ley, ya que el subsidio disminuye este costo haciendo que la decisión de contratar una mujer extra por sobre $\overline{n^m}$ sea menos costosa para la empresa. Con esto planteamos en términos el beneficio marginal de contratar una trabajadora más se compara considerando el salario, el costo de sala cuna y además la subvención que entrega el gobierno:

$$\pi(mg)_{n^m} = w^m(1 + c^m(1 - \phi_i)) \tag{29}$$

La figura 3 ilustra los puntos anteriores, mostrando como ante una misma cantidad de trabajadoras contratadas, los beneficios de las empresas llegan a ser mayores que para el modelo bajo la ley vigente, y además la disminución provocada por el pago de sala cuna, comienza ante un mayor contratación que en el escenario sin el subsidio estatal.

En conclusión, el proyecto de ley no llega a solucionar por completo las ineficiencias que se producen en el modelo por agregar la cobertura de sala cuna para las trabajadoras, pero sí logra mitigar los efectos negativos de esta distorsión. Después de este análisis se puede ver un fomento en la contratación femenina, entonces este proyecto sí plantea una mejora para ambas partes, y sobre todo, para las empresas de menor escala.

Por otra parte, se logra añadir al bienestar social la capacidad que ganan las empresas para poder proporcionar este servicio a sus trabajadoras sin tener que incurrir en nuevos gastos, además de eliminarse el desincentivo para quedarse con la cantidad de trabajadoras por debajo del límite

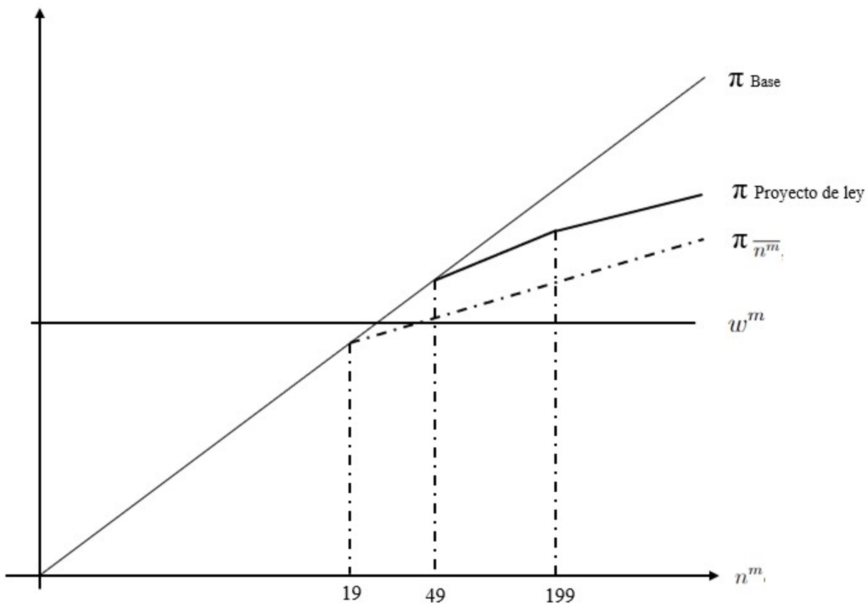

Figura 3: Nuevo esquema de beneficios

con el fin de ahorrar dinero, potenciando así -por lo menos bajo esta arista- la contratación femenina en las empresas y el crecimiento en tamaño limitado de estas sin consecuencias negativas asociadas.

6. Conclusión

En esta investigación se analizó como las leyes de sala cuna -tanto la ley vigente, como el proyecto que esta en evaluación- tienen efectos negativos y directos el el mercado laboral en el marco de un modelo de equilibrio general con una distribución de tamaños de empresas endógeno, las cuales pueden ser dirigidos por hombres y mujeres.

Se debe reconocer que el análisis anterior presenta limitaciones, ya que no entrega magnitudes cuantificables de los efectos que la ley vigente y el proyecto de ley generan sobre la economía. Por lo mismo, la relevancia de esta investigación es que crea un marco de discusión para posibles futuras investigaciones sobre este tema.

El análisis descriptivo presentado en apartados anteriores, nos entrega que ambos modelos alternativos propuestos generan distorsiones negativas sobre el modelo base, disminuyendo el tamaño promedio de las empresas de la economía y por tanto, la producción agregada, y creando un desincentivo a tener empresas que sobrepasen la cantidad de mujeres, que se vean obligadas a pagar las sala cuna para sus trabajadoras.

Si se comparan las consecuencias que provocan la ley vigente con los del proyecto de ley, se concluye que este último logra apaciguar los efectos del primero, incentivando el tamaño de las empresas por sobre el límite de 20 trabajadoras, eliminando la discriminación indirecta que sufrían las mujeres para ser contratadas por empresas que se encontraban cercanas a esta frontera, aumentando la producción agregada y logrando repartir la carga del costo de sala cuna a toda la base de trabajadores de la economía.

Esta tesis propone entonces, una base de discusión para futuras investigaciones que busquen cuantificar la magnitud de los efectos negativos en la economía que el proyecto de ley busca amortiguar. Como posibles aristas que se pueden analizar, se destaca el investigar que pasaría con la brecha salarial y el bienestar social de la economía en caso de que se aprobase el proyecto de ley. Además como variaciones del modelo alternativo y de la propuesta actual de Sala Cuna universal, analizar como cambiarían las dinámicas de contratación si la cobertura considerara no solo a las madres como beneficiarias, si no también a los padres de los menores.

Referencias

Abud, M. J., y Feliú, S. Y. E. J. T. (2023, 1). Propuestas para fomentar la participación laboral femenina en chile. *Puntos de Referencia - Edición Digital*.

Abufhele, A., Bravo, D., Bóo, F. L., y Soto-Ramirez, P. (2022, 5). Developmental losses in young children from pre-primary program closures during the covid-19 pandemic. *SSRN Electronic Journal*. Descargado de `https://papers.ssrn.com/abstract=4114739` doi: 10.2139/SSRN.4114739

Alonso, C. (2022, 5). Estudio detecta que en 2022 costo de salas cuna subió 5en el país: en arica y parinacota tuvo el mayor incremento - la tercera. *La Tercera*. Descargado de `https://www.latercera.com/pulso-pm/noticia/estudio-detecta-que-en-2022-costo-de-salas-cuna-subio-5-promedio-en-el-pais-en-arica-y-parinacota-tuvo-el-mayor-incremento/3VV2P7TJE5BJZLJVJ7SRSAKNLY/`

Berthelon, M., Kruger, D., Lauer, C., Tiberti, L., y Zamora, C. (2020, mayo 26). *Longer school schedules, childcare and the quality of mothers' employment: Evidence from school reform in chile* (Documento de trabajo n.º 2020-07). Partnership for Economic Policy. Descargado de `https://ssrn.com/abstract=3631391`

Bosch, M. J., Riumalló, M. P., y Morgado, M. (2022, 4). *Analizando el proyecto de ley sala cuna - guía práctica.*

Código del Trabajo. (1994, 9). *Articulo 203, código del trabajo.* Dirección del Trabajo.

Escobar, D., Lafortune, J., Rubini, L., y Tessada, J. (2020, 5). Resource misallocation from childcare policies. *SSRN Electronic Journal*. Descargado de `https://papers.ssrn.com/abstract=3611778` doi: 10.2139/SSRN.3611778

Freixas, M. (2019, agosto 21). Las críticas y reparos de las mujeres al proyecto sala cuna universal que piñera insiste en aprobar. *El Desconcierto*. Descargado 2023, diciembre 7, de `https://www.eldesconcierto.cl/nacional/2019/08/21/las-criticas-y-reparos-de-las-mujeres-al-proyecto-sala-cuna-universal-que-pinera-insiste-en-aprobar.html` (Medio digital)

Gobierno de Chile. (2023, 2). *Fin a discriminación histórica contra las mujeres: Presidente firma proyecto de sala cuna universal.* Descargado de https://www.gob.cl/noticias/fin-discriminacion-historica-contra-las-mujeres-presidente-firma-proyecto-de-sala-cuna-universal/

González, J., y Parro, F. (2023). Aggregate costs of a gender gap in the access to business resources. , *23*, 677-709. Descargado de https://doi.org/10.1515/bejm-2021-0125 doi: doi:10.1515/bejm-2021-0125

Guner, N., Ventura, G., y Xu, Y. (2008). Macroeconomic implications of size-dependent policies. *Review of economic Dynamics*, *11*(4), 721–744.

Hegewisch, A., y Gornick, J. C. (2011, 5). The impact of work-family policies on women's employment: a review of research from oecd countries. *Community, Work Family*, *14*, 119-138. Descargado de https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/13668803.2011.571395 doi: 10.1080/13668803.2011.571395

Instituto Nacional de Estadísticas. (2022). *Encuesta suplementaria de ingresos 2022* (Informe Técnico). Santiago: INE. Descargado de https://stat.ine.cl/Index.aspx?lang=es&SubSessionId=78e0518e-d028-4bf8-8d80-444b7277907c#

Ministerio de Economía. (2020, 9). *Ley 20416 - fija normas especiales para las empresas de menor tamaño.* Ministerio de Economía, Fomento y Reconstrucción; Subsecretaría de Economía Fomento y Reconstrucción.

Morrissey, T. W. (2017). Child care and parent labor force participation: a review of the research literature. *Review of Economics of the Household*, *15*, 1-24. Descargado de https://doi.org/10.1007/s11150-016-9331-3 doi: 10.1007/s11150-016-9331-3

Prada, M. F., Rucci, G., y Urzúa, S. S. (2015, 4). The effect of mandated child care on female wages in chile. Descargado de https://www.nber.org/papers/w21080 doi: 10.3386/W21080

Rojas, E., Sánchez, R., y Villena, M. G. (2016, 5). The unintended consequences of childcare regulation: Evidence from a regression discontinuity design. *Journal of Applied Economics*, *19*, 1-39. doi: 10.1016/S1514-0326(16)30001-0

Senado de la República. (2018). *Boletín n°14782-13.* Descargado de http://www.senado.cl/appsenado/templates/tramitacion/index.php?boletin_ini=14782-13

7. Apéndice A: Derivación CPO

Este apéndice tiene como propósito demostrar de donde se obtuvieron las Condiciones de primer orden (CPO) presentadas en el desarrollo del modelo. En primer lugar, partimos desde el problema de maximización que enfrentan los administradores tipo-s:

$$\underset{k_i, n_i^f, n_i^m}{max} [y_i(s) - w^m n_i^m - w^h n_i^h - Rk_i] \tag{30}$$

Reemplazamos las expresiones que se encuentran dentro de $Y_i(s)$ y obtenemos la maximización de forma extendida:

$$\underset{k_i, n_i^f, n_i^m}{max} [Az^{1-\zeta} k^{\alpha\zeta} [(n^m)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (n^h)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}]^{\frac{\zeta(1-\alpha)\sigma}{\sigma-1}} - w^m n_i^m - w^h n_i^h - Rk_i] \tag{31}$$

Ahora para obtener la ecuación (6) derivamos con respecto a n^m y paso a paso obtenemos:

$$\frac{\partial}{\partial n^m} = Az^{1-\zeta} k^{\alpha\zeta} \frac{\zeta(1-\alpha)\sigma}{\sigma - 1} [(n_i^m)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (n_i^h)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}]^{\frac{\zeta(1-\alpha)\sigma}{\sigma-1} - 1} \frac{\sigma - 1}{\sigma} (n^f)^{\frac{\sigma-1}{\sigma} - 1} - w^f = 0 \tag{32}$$

Definimos $n_i^{\zeta(1-\alpha)} = [(n_i^m)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (n_i^h)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}]^{\frac{\zeta(1-\alpha)\sigma}{\sigma-1}}$, simplificamos algunos términos y obtenemos:

$$\zeta(1-\alpha) Az^{1-\zeta} k^{\alpha\zeta} n_i^{\zeta(1-\alpha)} [\frac{1}{(n_i^m)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (n_i^h)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}}] (\frac{1}{n^f})^{\frac{1}{\sigma}} = w^f \tag{33}$$

Reemplazamos $Y_i = Az^{1-\zeta} k^{\alpha\zeta} n_i^{\zeta(1-\alpha)}$:

$$\zeta(1-\alpha) Y_i [\frac{1}{(n_i^m)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (n_i^h)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}}] (\frac{1}{n^f})^{\frac{1}{\sigma}} = w^f \tag{34}$$

Para resolver $[\frac{1}{(n_i^m)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (n_i^h)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}}]$ utilizamos la expresión (2) y definimos $\omega = \left((n_i^m)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (n_i^h)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\right)$:

$$n_i = (\omega)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \Big/ ()^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}$$

$$n_i^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} = \omega \Big/ ()^{-1}$$

$$n_i^{\frac{1-\sigma}{\sigma}} = \omega$$

$$\frac{n_i^{\frac{1}{\sigma}}}{n_i} = \omega$$

Reemplazamos la expresión que obtuvimos en (34) y reordenando llegamos a la condición de primer orden (6):

$$\zeta(1-\alpha)\left(\frac{Y_i}{n_i}\right)\left(\frac{n_i}{n^m}\right)^{\frac{1}{\sigma}} = w^f$$

El procedimiento para la CPO de n^h es idéntico solo se reemplaza $n^m = n^h$ y así se obtiene (7)

Ahora para obtener la condición de primer orden del problema de maximización con respecto al capital, derivamos (31) con respecto a k y obtenemos:

$$\frac{\partial}{\partial k} : \frac{\zeta\alpha Y_i}{k} - R = 0$$

Y reordenando llegamos a la expresión de CPO (8)

$$\frac{\zeta\alpha Y_i}{k} = R$$

8. Apéndice B: Derivación de las demandas por insumos

8.1. Modelo *Benchmark*

En este Apéndice se muestra el desarrollo para encontrar las demandas por los insumos (k, n^m y n^h) del modelo.

En primer lugar se quiere llegar a la determinación de la demanda por k. Utilizando (3), (4) y (8) obtenemos:

$$[k_i] : \zeta\alpha \frac{y_i(s)}{k_i(s)} = R$$

$$Utilizando (4)$$

$$\left(\frac{\zeta\alpha}{R}\right) A s^{(1-\zeta)} q_i^{\zeta} = k_i(s)$$

$$Utilizando (3)$$

$$\left(\frac{\zeta\alpha}{R}\right) A s^{(1-\zeta)} (k_i^{\alpha} n(s)^{1-\alpha})^{\zeta} = k_i(s)$$

$$\left(\frac{\zeta\alpha}{R}\right) A s^{(1-\zeta)} k_i^{\zeta\alpha} n(s)^{\zeta(1-\alpha)} = k_i(s)$$

$$\left(\frac{\zeta\alpha}{R}\right) A s^{(1-\zeta)} n(s)^{\zeta(1-\alpha)} = (k_i(s))^{(1-\zeta\alpha)}$$

Obteniendo:

$$k_i(s) = \left(\frac{\zeta\alpha}{R}\right)^{\frac{1}{1-\zeta\alpha}} A^{\frac{1}{1-\zeta\alpha}}\, s^{\frac{1-\zeta}{1-\zeta\alpha}}\, n(s)(s)^{\frac{\zeta(1-\alpha)}{1-\zeta\alpha}} \tag{35}$$

Ahora para obtener una expresión para $\frac{y(s)}{n(s)}$ insertamos (35) en (3) y utilizamos (4):

$$q_i = \left(\frac{\zeta\alpha}{R}\right)^{\frac{\alpha}{1-\zeta\alpha}} A^{\frac{\alpha}{1-\zeta\alpha}}\, s^{\frac{(1-\zeta)\alpha}{1-\zeta\alpha}}\, n(s)^{\frac{\zeta(1-\alpha)\alpha}{1-\zeta\alpha}} n^{(1-\alpha)}$$

Insertando esta expresión ahora en (4) obtenemos:

$$y(s) = Az^{(1-\zeta)}\left(\frac{\zeta\alpha}{R}\right)^{\frac{\zeta\alpha}{1-\zeta\alpha}} A^{\frac{\zeta\alpha}{1-\zeta\alpha}}\, s^{\frac{\zeta\alpha(1-\zeta)}{1-\zeta\alpha}}\, n(s)^{\frac{\zeta^2\alpha(1-\alpha)}{1-\zeta\alpha}} n^{\zeta(1-\alpha)}$$

$$y(s) = \left(\frac{\zeta\alpha}{R}\right)^{\frac{\zeta\alpha}{1-\zeta\alpha}} A^{\frac{1}{1-\zeta\alpha}} s^{\frac{(1-\zeta)}{1-\zeta\alpha}} n^{\frac{\zeta-\zeta\alpha}{\zeta(1-\alpha)}}$$

$$\frac{y(s)}{n(s)} = \left(\frac{\zeta\alpha}{R}\right)^{\frac{\zeta\alpha}{1-\zeta\alpha}} A^{\frac{1}{1-\zeta\alpha}} \left(\frac{s}{n(s)}\right)^{\frac{1-\zeta}{1-\zeta\alpha}}$$

Se llega a la expresión

$$\frac{y(s)}{n(s)} = \left(\frac{\zeta\alpha}{R}\right)^{\frac{\zeta\alpha}{1-\zeta\alpha}} A^{\frac{1}{1-\zeta\alpha}} \left(\frac{s}{n(s)}\right)^{\frac{1-\zeta}{1-\zeta\alpha}} \tag{36}$$

Definimos $\theta_0 = (\frac{\zeta\alpha}{R})^{\frac{\zeta\alpha}{1-\zeta\alpha}} A^{\frac{1}{1-\zeta\alpha}}$ y obtenemos:

$$\frac{y(s)}{n(s)} = \theta_0 \left(\frac{s}{n(s)}\right)^{\frac{1-\zeta}{1-\zeta\alpha}} \tag{37}$$

Ahora para obtener una expresión para $n(s)$ utilizamos el resultado de (37) y lo combinamos con (6):

$$w^m = \zeta(1-\alpha)\left(\frac{y_i(s)}{n(s)}\right)\left(\frac{n(s)}{n^m}\right)^{\frac{1}{\sigma}}$$

Agregando (37) obtenemos:

$$w^m = \zeta(1-\alpha)\theta_0 \left(\frac{s}{n(s)}\right)^{\frac{1-\zeta}{1-\zeta\alpha}} \left(\frac{n(s)}{n^m}\right)^{\frac{1}{\sigma}}$$

$$1 = \frac{\zeta(1-\alpha)\theta_0}{w^m} s^{\frac{1-\zeta}{1-\zeta\alpha}} \left(\frac{1}{n(s)}\right)^{\frac{1-\zeta}{1-\zeta\alpha}} \left(\frac{n(s)}{n^m}\right)^{\frac{1}{\sigma}}$$

Definimos $\theta_1 = \frac{\zeta(1-\alpha)\theta_0}{w^m}$ y llegamos a la expresión:

$$n(s) = \theta_1^{\frac{1-\zeta\alpha}{1-\zeta}} s \left(\frac{n(s)}{n^m} \right)^{\frac{1-\zeta\alpha}{\sigma(1-\zeta)}} \tag{38}$$

Con las expresiones anteriormente demostradas, buscamos ahora encontrar una definición para $y(s)/n(s)$, partimos por insertar (**??**) en (38) y obtenemos:

$$\begin{aligned}
\frac{y(s)}{n(s)} &= \theta_0 \left(\frac{s}{\theta_1^{\frac{1-\zeta\alpha}{1-\zeta}} s \left(\frac{n(s)}{n^m} \right)^{\frac{1-\zeta\alpha}{\sigma(1-\zeta)}}} \right)^{\frac{1-\zeta}{1-\zeta\alpha}} \\
\frac{y(s)}{n(s)} &= \frac{\theta_0}{\theta_1} \left(\frac{n^m}{n(s)} \right)^{\frac{1}{\sigma}} && (39)
\end{aligned}$$

Ahora derivaremos expresiones para $n^m/n(s)$ y n^m/n^h. Partimos desde la ecuación (2) para obtener el primer termino:

$$\begin{aligned}
n(s) =& \left((n^m)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (n^h)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}) \right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \Big/ ()^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \\
n(s)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} =& (n^m)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (n^h)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \Big/ \frac{1}{(n^m)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}} \\
\left(\frac{n(s)}{n^m} \right)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} =& \left(\frac{n^h}{n^m} \right)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + 1 \Big/ ()^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \\
\left(\frac{n_i}{n^m} \right) =& \left(\left(\frac{n^h}{n^m} \right)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + 1 \right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} && (40)
\end{aligned}$$

Ahora a partir de (6) redefinimos:

$$\frac{y_i(s)}{n(s)} = \frac{w^m}{\zeta(1-\alpha)} \left(\frac{n^m}{n(s)} \right)^{\frac{1}{\sigma}}$$

Esta expresión la reemplazamos en (7):

$$\begin{aligned}
w^h =& \zeta(1-\alpha)\left(\frac{w^m}{\zeta(1-\alpha)}\right)\left(\frac{n^m}{n_s)}^{\frac{1}{\sigma}}\right)\left(\frac{n(s)}{n^h}\right)^{\frac{1}{\sigma}} \\
w^h =& w^m\left(\frac{n^m}{n^h}\right)^{\frac{1}{\sigma}} \\
\left(\frac{w^h}{w^m}\right)^{\sigma} =& \frac{n^m}{n^h}
\end{aligned} \tag{41}$$

Ahora debemos obtener expresiones para las demandas por los insumos con los términos que hemos obtenido en este apéndice, comenzamos por n^h comenzamos desde (6) y computamos:

$$\begin{aligned}
w^h =& \zeta(1-\alpha)\left(\frac{Y(s)}{n(s)}\right)\left(\frac{n(s)}{n^h}\right)^{\frac{1}{\sigma}} \\
n^{h\frac{1}{\sigma}} =& \frac{\zeta(1-\alpha)(Y(s)/n(s)}{w^h} n(s)^{\frac{1}{\sigma}} \\
n^h =& \left(\frac{\zeta(1-\alpha)(Y(s)/n(s))}{w^h}\right)^{\sigma} n(s)
\end{aligned} \tag{42}$$

La expresion para n^m la expresamos de manera directa como:

$$n^m = \left(\frac{n^m}{n^h}\right) n^m \tag{43}$$

Para obtener una expresión para $k(s)$ comenzamos desde (8) y multiplicamos por un 1 conveniente para dejar la expresión en los ´términos obtenidos anteriormente:

$$\begin{aligned}
R =& \zeta\alpha\frac{Y(s)}{n(s)} \\
k(s) =& \left(\frac{\zeta\alpha}{R}\right) Y(s) \bigg/ \frac{n(s)}{n(s)} \\
k(s) =& \left(\frac{\zeta\alpha}{R}\right)\left(\frac{Y(s)}{n(s)}\right) n(s)
\end{aligned} \tag{44}$$

Ahora pasamos a reemplazar las expresiones de $Y(s)/n(s)$, $n(s)/n^m$ y $n(s)$ en las demandas derivadas. Comenzamos por $k(s)$ y lo realizaremos dos pasos en el reemplazo para las variables que no son constantes.

En primer lugar la expresión para $Y(s)/n(s)$ la obtenemos desde (39):

$$\frac{y(s)}{n(s)} = \frac{\theta_0}{\theta_1}\left(\frac{n^m(s)}{n(s)}\right)^{\frac{1}{\sigma}}$$

Remplazamos $n^m/n(s)$ desde (40) y obtenemos:

$$\frac{y(s)}{n(s)} = \frac{\theta_0}{\theta_1}\left(\left(\frac{n^h}{n^m}+1\right)^{\frac{-\sigma}{1+\sigma}}\right)^{\frac{1}{\sigma}}$$

Sustituimos n^h/n^m por (41):

$$\frac{y(s)}{n(s)} = \frac{\theta_0}{\theta_1}\left(\left(\left(\frac{w^h}{w^m}\right)^{-\sigma}+1\right)^{\frac{-\sigma}{1+\sigma}}\right)^{\frac{1}{\sigma}} \tag{45}$$

Ahora para obtener la expresión en términos de los precios de arriendo de capital y salarios para $n(s)$ partimos desde (38):

$$n(s) = \theta_1^{\frac{1-\zeta\alpha}{1-\zeta}} s\left(\frac{n(s)}{n^m}\right)^{\frac{1-\zeta\alpha}{\sigma(1-\zeta)}}$$

Reemplazando tal como en el paso anterior con (38) y (41) obtenemos:

$$n(s) = \theta_1^{\frac{1-\zeta\alpha}{1-\zeta}} s\left(\left(\left(\frac{w^h}{w^m}\right)^{-\sigma}+1\right)^{\frac{-\sigma}{1+\sigma}}\right)^{\frac{1-\zeta\alpha}{\sigma(1-\zeta)}} \tag{46}$$

Utilizando estas dos expresiones definimos $k(s)$ como:

$$k(s) = \left(\frac{\zeta\alpha}{R}\right)\frac{\theta_0}{\theta_1}\left(\left(\left(\frac{w^h}{w^m}\right)^{-\sigma}+1\right)^{\frac{-\sigma}{1+\sigma}}\right)^{\frac{1}{\sigma}}\theta_1^{\frac{1-\zeta\alpha}{1-\zeta}} s\left(\left(\left(\frac{w^h}{w^m}\right)^{-\sigma}+1\right)^{\frac{-\sigma}{1+\sigma}}\right)^{\frac{1-\zeta\alpha}{\sigma(1-\zeta)}} \tag{47}$$

Ahora para obtener la demanda por la mano de obra masculina comenzamos desde (42):

$$n^h = \left(\frac{\zeta(1-\alpha)(Y(s)/n(s))}{w^h}\right)^{\sigma} n(s)$$

Dado que ya obtuvimos en la demanda por $k(s)$ expresiones en términos de los precios para $y(s)/n(s)$ y $n(s)$ las reemplazamos y llegamos a lo siguiente:

$$n^h = \left(\frac{\zeta(1-\alpha)(\frac{\theta_0}{\theta_1}\left(\left(\left(\frac{w^h}{w^m}\right)^{-\sigma}+1\right)^{\frac{-\sigma}{1+\sigma}}\right)^{\frac{1}{\sigma}})}{w^h} \right)^{\sigma} \theta_1^{\frac{1-\zeta\alpha}{1-\zeta}} s \left(\left(\left(\frac{w^h}{w^m}\right)^{-\sigma}+1\right)^{\frac{-\sigma}{1+\sigma}}\right)^{\frac{1-\zeta\alpha}{\sigma(1-\zeta)}} \tag{48}$$

Por último, seguimos la ecuación (49) para obtener la demanda por trabajo femenino en términos de los precios de esta economía:

$$n^m = \left(\frac{n^m}{n^h}\right) n^m \tag{49}$$

Dado que ya obtuvimos anteriormente expresiones para los dos términos de esta ecuación, los reemplazamos y obtenemos:

$$n^f = \left(\frac{w^h}{w^m}\right)^{\sigma} \left(\frac{\zeta(1-\alpha)(\frac{\theta_0}{\theta_1}\left(\left(\left(\frac{w^h}{w^m}\right)^{-\sigma}+1\right)^{\frac{-\sigma}{1+\sigma}}\right)^{\frac{1}{\sigma}})}{w^h} \right)^{\sigma} \theta_1^{\frac{1-\zeta\alpha}{1-\zeta}} s \left(\left(\left(\frac{w^h}{w^m}\right)^{-\sigma}+1\right)^{\frac{-\sigma}{1+\sigma}}\right)^{\frac{1-\zeta\alpha}{\sigma(1-\zeta)}} \tag{50}$$

8.2. Modelo basado en la ley vigente

Para esta sección realizaremos el mismo proceso que en la anterior pero basándonos en el modelo presentado para la ley vigente. Tal como antes, partiremos por encontrar expresiones para los terminos que describen las condiciones de primer orden del modelo en función de los precios de los insumos.

Comenzando por encontrar una expresión para $k(s)$ y poder reemplazarlo en (3), utilizamos (3), (4) y (21). El resultado que obtenemos es idéntico al de la sección anterior:

$$k_i(s) = \left(\frac{\zeta\alpha}{R}\right)^{\frac{1}{1-\zeta\alpha}} A^{\frac{1}{1-\zeta\alpha}}\ s^{\frac{1-\zeta}{1-\zeta\alpha}}\ n(s)^{\frac{\zeta(1-\alpha)}{1-\zeta\alpha}} \tag{51}$$

Reemplazamos esta expresión en (3) y luego en (4) y obtenemos:

$$\frac{y(s)}{n(s)} = \left(\frac{\zeta\alpha}{R}\right)^{\frac{\zeta\alpha}{1-\zeta\alpha}} A^{\frac{1}{1-\zeta\alpha}} \left(\frac{s}{n(s)}\right)^{\frac{1-\zeta}{1-\zeta\alpha}} \tag{52}$$

Definiendo los primero términos como $\theta_0 = (\frac{\zeta\alpha}{R})^{\frac{\zeta\alpha}{1-\zeta\alpha}} A^{\frac{1}{1-\zeta\alpha}}$ obtenemos:

$$\frac{y(s)}{n(s)} = \theta_0 \left(\frac{s}{n(s)}\right)^{\frac{1-\zeta}{1-\zeta\alpha}} \tag{53}$$

Ahora reemplazamos (53) en (19):

$$\begin{aligned} w^m =& \zeta(1-\alpha)\left(\frac{Y(s)}{n(s)}\right)\left(\frac{n(s)}{n^m}\right)^{\frac{1}{\sigma}} - c^m \\ &\mathit{Reemplazamos}(53) \\ w^m =& \zeta(1-\alpha)\theta_0\left(\frac{s}{n(s)}\right)^{\frac{1-\zeta}{1-\zeta\alpha}}\left(\frac{n(s)}{n^m}\right)^{\frac{1}{\sigma}} - c^m \\ n(s)^{\frac{1-\zeta}{1-\zeta\alpha}} =& \frac{\zeta(1-\alpha)\theta_0}{w^m} s^{\frac{1-\zeta}{1-\zeta\alpha}}\left(\frac{n(s)}{n^m}\right)^{\frac{1}{\sigma}} - c^m \Big/ ()^{\frac{1-\zeta\alpha}{1-\zeta}} \end{aligned} \tag{54}$$

Definimos $\theta_1 = \frac{\zeta(1-\alpha)\theta_0}{w^m}$ y tenemos:

$$n(s) = \theta_1^{\frac{1-\zeta\alpha}{1-\zeta}} s \left(\frac{n(s)}{n^m}\right)^{\frac{1-\zeta\alpha}{\sigma(1-\zeta)}} - (c^m)^{\frac{1-\zeta\alpha}{1-\zeta}} \tag{55}$$

volvemos a insertar (55) en (53) para obtener una expresión para $Y(s)/n(s)$ solo en términos de n^m, $n(s)$ y constantes:

$$
\begin{aligned}
\frac{Y(s)}{n(s)} =& \theta_0 \left(\frac{s}{\theta_1^{\frac{1-\zeta\alpha}{1-\zeta}} s \left(\frac{n(s)}{n^m}\right)^{\frac{1-\zeta\alpha}{\sigma(1-\zeta)}} - (c^m)^{\frac{1-\zeta\alpha}{1-\zeta}}} \right)^{\frac{1-\zeta}{1-\zeta\alpha}} \\
\frac{Y(s)}{n(s)} =& \frac{\theta_0}{\theta_1} \left(\frac{n^m}{n(s)}^{\frac{1}{\delta}} \right) - \frac{s^{\frac{1-\zeta}{\zeta\alpha-1}}}{c^m}
\end{aligned} \tag{56}
$$

Ahora solo queda derivar las expresiones para $n^m/n(s)$ y n^m/n^h. Desde la ecuación (2) obtenemos:

$$
\begin{aligned}
n(s) =& ((n^m)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (n^h)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}})^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \\
\frac{n(s)}{n^m} =& \left(\left(\frac{n^h}{n^m} \right)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + 1 \right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}
\end{aligned} \tag{57}
$$

Para encontrar la expresión para el segundo término comenzamos por (19):

$$
\begin{aligned}
w^m =& \zeta(1-\alpha) \left(\frac{Y(s)}{n(s)} \right) \left(\frac{n(s)}{n^m} \right)^{\frac{1}{\sigma}} - c^m \\
\frac{Y(s)}{n(s)} =& \frac{w^m + c^m}{\zeta(1-\alpha)} \left(\frac{n(s)}{n^m} \right)^{\frac{1}{\sigma}}
\end{aligned}
$$

Ahora lo insertamos en (20):

$$
\begin{aligned}
w^h =& \zeta(1-\alpha) \left(\frac{Y(s)}{n(s)} \right) \left(\frac{n(s)}{n^h} \right)^{\frac{1}{\sigma}} \\
w^h =& \zeta(1-\alpha) \left(\frac{w^m + c^m}{\zeta(1-\alpha)} \left(\frac{n(s)}{n^m} \right)^{\frac{1}{\sigma}} \right) \left(\frac{n(s)}{n^h} \right)^{\frac{1}{\sigma}} \\
\frac{n^m}{n^h} =& \left(\frac{w^h}{w^m + c^m} \right)^{\sigma}
\end{aligned} \tag{58}
$$

Ahora expresamos los insumos en función a los términos que hemos derivado para luego poder reemplazarlos. Comenzamos por n^h desde (20):

$$\begin{aligned} w^h =& \zeta(1-\alpha)\left(\frac{Y(s)}{n(s)}\right)\left(\frac{n(s)}{n^h}\right)^{\frac{1}{\sigma}} \\ n^h =& \left(\frac{\zeta(1-\alpha)(Y(s)/n(s)}{w^h}\right)^{\sigma} n(s) \end{aligned} \tag{59}$$

Nuevamente como en la sección anterior planteamos n^m de manera directa:

$$n^m = \left(\frac{n^m}{n^h}\right) n^h \tag{60}$$

Por último obtenemos la demanda por $k(s)$ desde (21) y como en la sección anterior la planteamos de la siguiente manera:

$$k(s) = \left(\frac{\zeta\alpha}{R}\right)\left(\frac{Y(s)}{n(s)}\right) n(s) \tag{61}$$

Para obtener las demandas en términos de los precios de los insumos, reemplazamos las expresiones derivadas dentro de las demandas a las que llegamos. Comenzamos por la de $k(s)$ y la dividimos en dos partes:

Desde (56) obtenemos una expresión para $Y(s)/n(s)$, desde (57) reemplazamos $n^m/n(s)$ y terminamos utilizando la ecuación (58) para dejar n^h/n^m en términos de los precios, llegando a:

$$\frac{Y(s)}{n(s)} = \frac{\theta_0}{\theta_1}\left(\left(\frac{w^h}{w^m - c^m}\right)^{-\sigma} + 1\right)^{\frac{-\sigma}{1-\sigma}} - \frac{s^{\frac{1-\zeta}{\zeta\alpha-1}}}{c^m} \tag{62}$$

Para definir $n(s)$ utilizamos la expresión definida en (55) y utilizando (57) y (58) obtenemos:

$$n(s) = \theta_1^{\frac{1-\zeta\alpha}{1-\zeta}} s \left[\left(\left(\frac{w^h}{w^m + c^m}\right)^{-\sigma} + 1\right)^{\frac{-\sigma}{1-\sigma}}\right]^{\frac{1-\zeta\alpha}{\sigma(1-\zeta)}} - (c^m)^{\frac{1-\zeta\alpha}{1-\zeta}} \tag{63}$$

De esta manera la expresión para $k(s)$ queda de la siguiente forma:

$$k(s)=\left(\frac{\zeta\alpha}{R}\right)\left[\frac{\theta_0}{\theta_1}\left(\left(\frac{w^h}{w^m-c^m}\right)^{-\sigma}+1\right)^{\frac{-\sigma}{1-\sigma}}-\frac{s^{\frac{1-\zeta}{\zeta\alpha-1}}}{c^m}\right] \tag{64}$$
$$\left[\theta_1^{\frac{1-\zeta\alpha}{1-\zeta}}s\left[\left(\left(\frac{w^h}{w^m+c^m}\right)^{-\sigma}+1\right)^{\frac{-\sigma}{1-\sigma}}\right]^{\frac{1-\zeta\alpha}{\sigma(1-\zeta)}}-(c^m)^{\frac{1-\zeta\alpha}{1-\zeta}}\right]$$

Ahora Obtenemos la demanda por n^h y para esto utilizamos la expresión derivada en (59) y reemplazamos $Y(s)/n(s)$ y $n(s)$ por lo obtenido en (62) y en (63) llegando al resultado:

$$n^h=\left(\frac{\zeta(1-\alpha)\frac{\theta_0}{\theta_1}\left(\left(\frac{w^h}{w^m-c^m}\right)^{-\sigma}+1\right)^{\frac{-\sigma}{1-\sigma}}-\frac{s^{\frac{1-\zeta}{\zeta\alpha-1}}}{c^m}}{w^h}\right)^{\sigma}\theta_1^{\frac{1-\zeta\alpha}{1-\zeta}}s\left[\left(\left(\frac{w^h}{w^m+c^m}\right)^{-\sigma}+1\right)^{\frac{-\sigma}{1-\sigma}}\right]^{\frac{1-\zeta\alpha}{\sigma(1-\zeta)}}-(c^m)^{\frac{1-\zeta\alpha}{1-\zeta}} \tag{65}$$

Por último para resolver la demanda por insumos para n^m utilizamos lo obtenido en (60) y utilizamos las ecuaciones (58) y (42) para obtenerla en función de lo precios de insumos llegando a la siguiente expresión:

$$n^m=\left(\frac{w^h}{w^m+c^m}\right)^{\sigma}\left[\left(\frac{\zeta(1-\alpha)\frac{\theta_0}{\theta_1}\left(\left(\frac{w^h}{w^m-c^m}\right)^{-\sigma}+1\right)^{\frac{-\sigma}{1-\sigma}}-\frac{s^{\frac{1-\zeta}{\zeta\alpha-1}}}{c^m}}{w^h}\right)^{\sigma}\right. \tag{66}$$
$$\left.\theta_1^{\frac{1-\zeta\alpha}{1-\zeta}}s\left[\left(\left(\frac{w^h}{w^m+c^m}\right)^{-\sigma}+1\right)^{\frac{-\sigma}{1-\sigma}}\right]^{\frac{1-\zeta\alpha}{\sigma(1-\zeta)}}-(c^m)^{\frac{1-\zeta\alpha}{1-\zeta}}\right.$$

8.3. Modelo basado en el proyecto de ley

Por último solo queda derivar las demandas por insumos para el modelo que proviene desde el proyecto de ley en donde se considera una subvención de parte del costo asociado a proporcionar el servicio de sala cuna de alguna manera.

Dado que en términos de planteamiento del problema, este modelo no representa mayores diferencias con la sección anterior, el desarrollo será menos explicado y más centrado hacia las condiciones necesarias para resolver la demanda por insumos incluyendo este factor de subsidio.

De esta manera las expresiones más importantes que hemos obtenido en las secciones anteriores y aplicándolas a las CPO de este problema ((25),(26) y(27)) obtenemos las ecuaciones que serán utilizadas para obtener las demandas por insumos en términos de los precios del capital y trabajo:

$$n(s) =\theta_1^{\frac{1-\zeta\alpha}{1-\zeta}} s \left(\frac{n(s)}{n^m}\right)^{\frac{1-\zeta\alpha}{\sigma(1-\zeta)}} - (c^m(1-\phi))^{\frac{1-\zeta\alpha}{1-\zeta}} \tag{67}$$

$$\frac{Y(s)}{n(s)} =\frac{\theta_0}{\theta_1}\left(\frac{n^m}{n(s)}^{\frac{1}{\delta}}\right)-\frac{s^{\frac{1-\zeta}{\zeta\alpha-1}}}{c^m(1-\phi})} \tag{68}$$

$$\frac{n(s)}{n^m} =\left(\left(\frac{n^h}{n^m}\right)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}+1\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \tag{69}$$

$$\frac{n^m}{n^h} =\left(\frac{w^h}{w^m+c^m(1-\phi)}\right)^{\sigma} \tag{70}$$

Ahora utilizando los planteamientos de secciones anteriores y reemplazando por las expresiones que acabamos de describir obtenemos las demandas por insumos. Comenzamos por $k(s)$:

$$k(s) = \left(\frac{\zeta\alpha}{R}\right)\left(\frac{Y(s)}{n(s)}\right)n(s) \tag{71}$$

Usamos las definiciones para $Y(s)/n(s)$ y $n(s)$ y reemplazamos llegando a:

$$\frac{Y(s)}{n(s)} =\frac{\theta_0}{\theta_1}\left(\left(\frac{w^h}{w^m-c^m(1-\phi)}\right)^{-\sigma}+1\right)^{\frac{-\sigma}{1-\sigma}} - \frac{s^{\frac{1-\zeta}{\zeta\alpha-1}}}{c^m(1-\phi)} \tag{72}$$

$$n(s) =\theta_1^{\frac{1-\zeta\alpha}{1-\zeta}} s \left[\left(\left(\frac{w^h}{w^m+c^m(1-\phi)}\right)^{-\sigma}+1\right)^{\frac{-\sigma}{1-\sigma}}\right]^{\frac{1-\zeta\alpha}{\sigma(1-\zeta)}} -(c^m(1-\phi))^{\frac{1-\zeta\alpha}{1-\zeta}} \tag{73}$$

Ahora reemplazamos estas dos formulas en la demanda por $k(s)$ y obtenemos:

$$k(s) = \left(\frac{\zeta\alpha}{R}\right)\left[\frac{\theta_0}{\theta_1}\left(\left(\left(\frac{w^h}{w^m - c^m(1-\phi)}\right)^{-\sigma} + 1\right)^{\frac{-\sigma}{1-\sigma}} - \frac{s^{\frac{1-\zeta}{\zeta\alpha-1}}}{c^m(1-\phi)}\right]\tag{74}$$

$$\left[\theta_1^{\frac{1-\zeta\alpha}{1-\zeta}} s\left[\left(\left(\left(\frac{w^h}{w^m + c^m(1-\phi)}\right)^{-\sigma} + 1\right)^{\frac{-\sigma}{1-\sigma}}\right]^{\frac{1-\zeta\alpha}{\sigma(1-\zeta)}} - (c^m(1-\phi))^{\frac{1-\zeta\alpha}{1-\zeta}}\right]$$

Para obtener la demanda por n^h utilizamos la definición de la sección anterior:

$$n^h = \left(\frac{\zeta(1-\alpha)(Y(s)/n(s))}{w^h}\right)^{\sigma} n(s)\tag{75}$$

Reemplazamos las expresiones obtenidas en (72) y (73) obteniendo:

$$n^h = \left(\frac{\zeta(1-\alpha)\frac{\theta_0}{\theta_1}\left(\left(\left(\frac{w^h}{w^m - c^m(1-\phi)}\right)^{-\sigma} + 1\right)^{\frac{-\sigma}{1-\sigma}} - \frac{s^{\frac{1-\zeta}{\zeta\alpha-1}}}{c^m(1-\phi)}}{w^h}\right)^{\sigma}\tag{76}$$

$$\theta_1^{\frac{1-\zeta\alpha}{1-\zeta}} s\left[\left(\left(\left(\frac{w^h}{w^m + c^m(1-\phi)}\right)^{-\sigma} + 1\right)^{\frac{-\sigma}{1-\sigma}}\right]^{\frac{1-\zeta\alpha}{\sigma(1-\zeta)}} - (c^m(1-\phi))^{\frac{1-\zeta\alpha}{1-\zeta}}$$

Por último, para encontrar la demanda por n^m utilizamos el planteamiento de secciones anteriores:

$$n^m = \left(\frac{n^m}{n^h}\right) n^h\tag{77}$$

Reemplazando (70) y (76) llegamos al resultado:

$$n^m = \left(\frac{w^h}{w^m + c^m(1-\phi)(1-\phi)}\right)^{\sigma} \left[\left(\frac{\zeta(1-\alpha)\frac{\theta_0}{\theta_1}\left(\left(\left(\frac{w^h}{w^m - c^m(1-\phi)}\right)^{-\sigma} + 1\right)^{\frac{-\sigma}{1-\sigma}} - \frac{s^{\frac{1-\zeta}{\zeta\alpha-1}}}{c^m(1-\phi)}\right)}{w^h}\right)^{\sigma}\right. \tag{78}$$

$$\theta_1^{\frac{1-\zeta\alpha}{1-\zeta}} s \left[\left(\left(\frac{w^h}{w^m + c^m(1-\phi)}\right)^{-\sigma} + 1\right)^{\frac{-\sigma}{1-\sigma}}\right]^{\frac{1-\zeta\alpha}{\sigma(1-\zeta)}} - (c^m(1-\phi))^{\frac{1-\zeta\alpha}{1-\zeta}}$$

9. Apendice C: Derivación de la Ecuación de Euler

En esta sección detallaremos la derivación de la ecuación de Euler para el problema del hogar representativo, la cual describe la dinámica del consumo intertemporal según los precios de insumos y descuento intertemporal de consumo que existe para los agentes.

Comenzamos desde la descripción del problema para le hogar representativo descrito en (12):

$$\max_{\{c_t, K_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t L_t ln c_t$$

$$s.a\, C_t + K_{t+1} = \sum_{i\in\{m,h\}} L_{i,t} v_{i,t}(I_t) + R_t K_t + (1-\delta)K_t,$$

$$K_0 > 0, L_0 > 0,$$

Planteamos un Langrangeano para derivar las condiciones de primer orden del problema y reemplazamos $C_t = L_t c_t$ como se describe en el planteamiento obteniendo:

$$L = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t L_t ln c_t + \lambda[L_t c_t + K_{t+1} - \sum_{i\in\{m,h\}} L_{i,t} v_{i,t}(I_t) + R_t K_t + (1-\delta)K_t] \tag{79}$$

Ahora obtenemos las derivadas parciales con respecto a $c_t, c_{t+1} y K_{t+1}$:

$$\frac{\partial}{\partial c_t} = \beta^t L_t \frac{1}{c_t} + \lambda(L_t) = 0 \tag{80}$$

$$\frac{\partial}{\partial c_{t+1}} = \beta^{t+1} L_t \frac{1}{c_{t+1}} + \lambda(L_t) = 0 \tag{81}$$

$$\frac{\partial}{\partial K_{t+1}} = \lambda[1 - R_{t+1} - (1-\delta)] = 0 \tag{82}$$

Igualamos las expresiones (80) y (81) obteniendo:

$$\beta^t L_t \frac{1}{c_t} = \beta^{t+1} L_t \frac{1}{c_{t+1}} \tag{83}$$

$$\frac{1}{\beta}\frac{c_{t+1}}{c_t} = 1 \tag{84}$$

Si a partir de (82) consideramos el caso en que $\lambda = 0$, tenemos $1 = R_{t+1} + (1-\delta)$ si igualamos esta expresión con la obtenida anteriormente obtenemos:

$$\frac{1}{\beta}\frac{c_{t+1}}{c_t} = R_{t+1} + (1-\delta) \tag{85}$$

Reordenando llegamos a la expresión para la ecuación de Euler presentada en (**??**):

$$\frac{c_{t+1}}{c_t} = \beta[R_{t+1} + (1-\delta)] \tag{86}$$